第２年　数学科　学習指導案

指 導 日 時 ：平成28年10月27日（木）第３校時
指 導 学 級 ：第２学年３組（男18名，女24名）
指 導 者：宮城県石巻西高等学校教諭　太田　賢

１　単元名

数学Ⅱ　三角関数

２　単元の目標

一般角にまで拡張された角の概念に関心を持ち，数学Ⅰで学んだ三角比を三角関数として捉えなおす。グラフを描くことで周期性などの関数としての特徴を理解する。重要な性質である加法定理を取り上げ，２倍角の公式や三角関数の合成を導いて数学的事象の考察に活用する。

３　指導にあたって

（１）単元について

数学Ⅰでは，図形の計量を目的に三角比を扱い，また２次関数により関数概念を学習させている。これを踏まえて本単元では，扱う角度を一般角まで拡張して三角比を発展させ，三角関数として理解させることが目標となっている。

一般角への拡張では，図形に関わる量から回転により示される量として角を捉え，角の大きさを弧度法により表現させる。弧度法は角度を単位円の円周と関連付けて表す方法であり，導入時に度数法による180°と弧度法のπの関連を明示して，頻出のπ／６，π／４，π／３などの扱いを習熟させる。弧度法を用いた扇形の面積や周長を求める活動で理解を深めさせたい。三角関数の導入では，引き継がれる性質と新たに導かれる性質について把握し，三角関数が三角比の自然な拡張であることを確認させる。また，頂点や対称性を意識してグラフを描かせ，周期性や波動としての性質を理解させる。これにより関数概念の広がりを感じさせたい。加法定理は既習内容を基に導出する。２倍角の公式や三角関数の合成も，加法定理を活用した数学的事象の考察として紹介する。扱う数学的対象の広がりとともに思考を発展させていく事例として，数学的な見方や考え方のよさを感じさせたい。

（２）生徒の実態

数学への興味・関心は高いとは言えないが，やらなくてはならないこととの認識はあり，授業に取り組んでいる。理解力はあるが集中や周囲への配慮に課題のある生徒から，真面目に取り組むがなかなか理解が進まない生徒まで様々であり，授業進度には注意が必要である。また，基礎的な計算や細かな差異の弁別に課題がある生徒もおり，予想外の点でつまずいているのかもしれないという意識が必要である。

数学を学ぶことへの抵抗感を低めるためにも，生徒も指導者もリラックスした雰囲気の中で授業を展開したいと考えている。しかし，授業と関連しない内容の発言をしばしばする生徒もいたため，「自分一人ではないクラスという単位で何をすべき時間なのか」理解するように指導してきた。よって「学び合い」を効果的に行うには至っていない段階である。互いに発言を尊重し活用することや，学習内容の振り返りや言語化の機会を設けるなど工夫しているが，その意図が伝わっているのか，深い学びへ近づくことができているのか，検証が必要と考えている。

（３）指導について

一般角への拡張では，角を回転により示される量として捉えた上で，３０°，６０°の直角三角形や４５°の直角二等辺三角形の辺の比と合わせて角度を表現できるようにする。弧度法の導入では，度数法による180°と弧度法のπの関連から半円を分割してπ/６，π/４などを理解させ，大小関係や活用できる直角三角形について把握させる。扇形の面積や周長を求めさせる際も，半円と中心角の関係を基に具体例を示して活動させる。三角関数の性質の学習では，角度を表す図形と値の正負を整理し，三角関数の相互関係や「ｓｉｎ（θ＋２ｎπ）＝ｓｉｎθ」などの公式の理解へつなげさせる。三角関数のグラフは，表を活用して値が対称性を持って並ぶことや最大値，最小値を意識させ描画させる。三角方程式，不等式にも図やグラフを用い，視覚的な根拠を持って思考することの効果を体感させる。加法定理は，三角関数の定義を確認し，そこから導かれることを用いて図中の辺の長さを表現する。定義に戻りｓｉｎ（α+β）をｓｉｎα，ｓｉｎβなどで表し，数学的事項の探求においても基礎事項の積み上げが重要であることを感じさせたい。特に三角関数の合成は加法定理を逆に用いる方法であることを強調して，数学的な見方や考え方のよさを認識させたい。

４　単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
数学的活動を通して一般角や三角関数に関心を持ち，有用性を認識して事象の考察に活用しようとする。	一般角や三角関数を用いて事象を考察し，論理的に思考する数学的な見方や考え方を身に付けている。	三角関数に関連する事象を数学的に考察し，処理する仕方を身に付け，推論によって問題を解決する。	一般角や三角関数における基本的な概念や法則，用語，記法などを理解し，基礎的な知識を身に付けている。

学習活動における具体の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
一般角や弧度法の概念に関心を持ち，三角関数の諸性質やグラフ，加法定理を事象の考察に活用しようとする。	三角関数を三角比の拡張として理解し，相違や扱う対象の広がりについて論理的に考察できる。三角関数の諸性質を多面的・発展的に見ることができる。	一般角や弧度法，三角関数を用いた表現を適切に行うことができる。三角関数の諸性質を単位円などから導き，グラフや公式を用いて事象を考察する。	一般角や弧度法の用語や記法，三角関数の諸定理やそのグラフの特徴について理解し，基礎的な知識を身に付けている。

５　志教育の視点

粘り強く問題を解く活動を通じて，他者と協調しながら，根拠に基づき判断する力や問題解決する能力を養う。

６　単元の指導と評価の計画（全13時間）

ア　三角関数（７時間）

イ　加法定理（６時間，本時１/６時）

イ　加法定理　６時間の指導と評価の計画

	学習内容	学習活動における主な具体の評価規準	評価方法
第１～３時	加法定理（本時）	・加法定理を導出し，与えられた角度の三角関数の値や２直線のなす角の大きさを求めることができる。【数学的な技能】 ・基礎的事項を用いて加法定理を導出できる。【数学的な見方や考え方】	観察 発表 課題 小テスト 定期考査
第４～５時	加法定理の応用	・２倍角の公式は加法定理から得られることが理解できる。【数学的な見方や考え方】 ・２倍角の公式を用いて三角方程式などを解くことができる。【数学的な技能】 ・２倍角の公式を変形し，活用できることが分かる。【知識・理解】	観察 発表 課題 小テスト 定期考査
第６時	三角関数の合成	・三角関数の合成が加法定理を逆に用いていることが理解できる。【数学的な見方や考え方】 ・三角関数の合成を行い，与えられた関数の最大値，最小値が求められる。【数学的な技能】	観察 発表 課題 小テスト 定期考査

７　夢をはぐくみ志に高める手立て

本単元では拡張により扱う数学的対象の幅が広がる。その過程で既知の内容と拡張により得られる事項を比較し関連付ける考え方は，自らが関わる世界を広げ能力の向上を目指す際の指針とできる。また，三角関数の諸性質をそれぞれ個別のものとせず，必要な場面でより基礎的な事項から導く方法は，学びを深める上で有用な数学的な見方・考え方である。これらの理解は志の育成において有効と考える。

８　本時の指導

（１）題材名　「加法定理」

（２）本時のねらい

加法定理を導出する。その過程で既習事項を確認し理解を深めさせる。

【数学的な技能】【数学的な見方や考え方】

（３）本時の評価規準

評価の観点	具体の評価規準	評価をＡとする具体的な姿
数学的な技能	基礎的事項を用いて加法定理を導出し，与えられた角度の三角関数の値を求めることができる。	加法定理の導出に既習事項を活用し，より多くの角度の三角関数の値が求められる。
数学的な見方や考え方	基礎的事項を組み合わせて加法定理が導出されることが分かる。加法定理の有用性が理解できる。	加法定理導出の過程を論理的に把握し，既習事項を活用していることが理解できる。加法定理を用い，既知の内容と角度の組合せに着目して三角関数の値を求めることができる。

（４）学習指導上の工夫

・発問を工夫することで，生徒の授業への参加を促し，他生徒の発言への注意を喚起する。

・授業のユニバーサルデザイン化を行う。

（５）準備物

教科書，ノート，ワークシート

（６）本時の展開

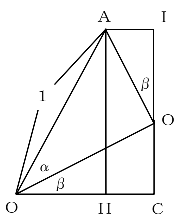
段階	学習活動と主な発問 （●発問　◦予想される生徒の反応）	形態	指導上の留意点	評価規準
導入 10分	●前回は何ページまで？	一斉	教科書などの準備をさせ，意識を授業に向けさせる。	
	１　本時のねらいの提示			
	加法定理を導出する。その過程で既習事項を確認し理解を深める。			
		10分	教科書ｐ118に目を通させ，難しそうな内容だが基礎的なことの積み上げで理解できることを周知する。ｐ119例１までが本時の範囲であることを示す。	
	２　既習内容の確認①		直角三角形ＡＢＣを黒板右わきに黄色チョークで板書する。∠ＢＡC=θとする。	
	●この図でｓｉｎθは何分の何？アルファベットA，B，Cでいうと？		生徒の答えを書き取っていく。	
	●ＢＣはｓｉｎθのこの定義からどう表せる？		「両辺にＡＢをかけると」など誘導する。 「高さは斜辺×ｓｉｎθ」など言葉で補足説明する。	定義を基に三角形の辺を三角関数で表すことができる 【数学的な技能】
	●斜辺ＡＢが１だったら？ ＢＣ＝？		「斜辺が１だと高さはｓｉｎθそのもの」など言葉で補足説明する。	
	●ｃｏｓθは同じように考えると？		「横は斜辺×ｃｏｓθ」など言葉で補足説明する。 「斜辺が１だと横はｃｏｓθそのもの」など言葉で補足説明する。 黒板右わきの板書事項は本時中消さないでおき，加法定理を考える際の参考になることを指摘する。	
	３　既習内容の確認② ●　ｓｉｎ４５°は? ●　ｃｏｓ３０°は?		３０°，６０°の直角三角形や４５°の直角二等辺三角形を黒板右わきに図示し，参考にさせる。	

展開 35分	４　加法定理の導出の準備 ●∠ＡＯＣは？ ●△ＯＡＢで斜辺が１なので 高さＡＢは？ ●横のＯＢは？ ●△ＯＢＣで斜辺は $\mathrm{OB}=\cos\alpha$ なので，高さは？ ●横のＯＣは？ ●△ＢＡＩの斜辺は？ ●高さは斜辺×サインだから ＡＩ＝何×サイン何？ ●同様にしてＢＩは？	一 斉 ・ 10 分	ワークシートを配布し，空欄に当てはまる式を考えさせる。隣席生徒と相談することを勧める。この間に同じ図を板書する。 指名しながら空欄を埋めていき，加法定理を導出することを確認する。 板書の図を示しながら「何＋何？」など誘導する。 聞き取ってワークシートに書き込むよう指示する。黒板の図にも書き入れる。 黒板右わきの板書事項を参考にさせる。 ワークシート中の△ＢＡＩを回転させた図を見るよう指示する。 ここまでで加法定理を導出する準備ができたこと，すべて三角関数の定義によることを指摘する。	基礎的事項を活用し，図の各辺を三角関数で表すことができている 【数学的な技能】
	５　加法定理の導出	一 斉 15 分	ワークシートに色ペンでＯＣに対する垂線ＡＨを引かせる。黒板の図にも書き入れる。 △ＯＡＨにより $\sin(\alpha+\beta)$，$\cos(\alpha+\beta)$ を求めることを指示する。 あわせて，サインは高さ/斜辺，コサインは横/斜辺であることを再度確認する。 各自考えさせる。話合いも勧める。 ワークシートを埋めて加法定理を導出できた生徒は授業者に確認する。 正解であれば席に戻らずに，まだできていない生徒を援助させる。 $\sin(\alpha+\beta)=\mathrm{AH}$ $=\mathrm{IC}$ $=\mathrm{IB}+\mathrm{BC}$ $=\sin\alpha\cos\beta$ $+\cos\alpha\sin\beta$ 等を板書しておき，全員着席，確認させる。 サインの加法定理は「サインコサイン＋コサインサイン」と覚えることを強調する。	基礎的事項を組み合わせて加法定理が導出されることが理解できている。 【数学的な見方や考え方】

	6　加法定理の利用 例１（１） ●ｓｉｎ４５°は？ ●ｃｏｓ３０°は？ ●ｃｏｓ４５°は？ ●ｓｉｎ３０°は？ ●ｓｉｎ１０５°は求められそうか？その理由は？ ●その他，サインの値が求められそうな角度は？	一斉10分	$\alpha-\beta$の加法定理は，本時の復習と合わせ次回解説することとし，$\alpha+\beta$の加法定理を利用することを周知する。 例１（１）を板書し「サインコサイン＋コサインサイン」と復唱する。ノートを取りながら再度頭の中で復唱するよう指示する。 既知の値を生かすことで，サインの値が求められる角度が増やせることを指摘する。 既知の値として９０°や１８０°，さらに７５°も使えることを指摘する。	与えられた角度の三角関数の値を求めることができる。 【数学的な技能】 加法定理の有用性が理解できる。 【数学的な見方や考え方】
終結 ５分	7　本時のまとめと，次時の予告 ●本時の内容をまとめると？注意すべき点や印象に残った点は？	一斉５分	「サインコサイン＋コサインサイン」 「コサインコサイン－サインサイン」を斉唱させる。 生徒１名に本時のまとめをさせ，不足分を補う助言をする。 次時の予告をする。	

（７）板書計画

２節　加法定理
①加法定理
◇サイン・コサインの加法定理



$\sin(\alpha+\beta)=\mathrm{AH}$
$=\mathrm{IB}+\mathrm{BC}$
$=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta)=\mathrm{OH}$
$=\mathrm{OC}-\mathrm{HC}$
$=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha+\beta)$
$=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta)$
$=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

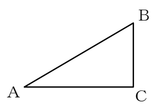
例１
（１）$\sin75^\circ=\sin(45^\circ+30^\circ)$

$=\sin45^\circ\cos30^\circ+\cos45^\circ\sin30^\circ$

$=\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{2}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4}$

$=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$



$\sin\theta=\frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AB}}$
$\mathrm{BC}=\mathrm{AB}\sin\theta$
(高さ)=(斜辺)×サイン
斜辺が１のときは
$\mathrm{BC}=\sin\theta$
(高さ)=サイン

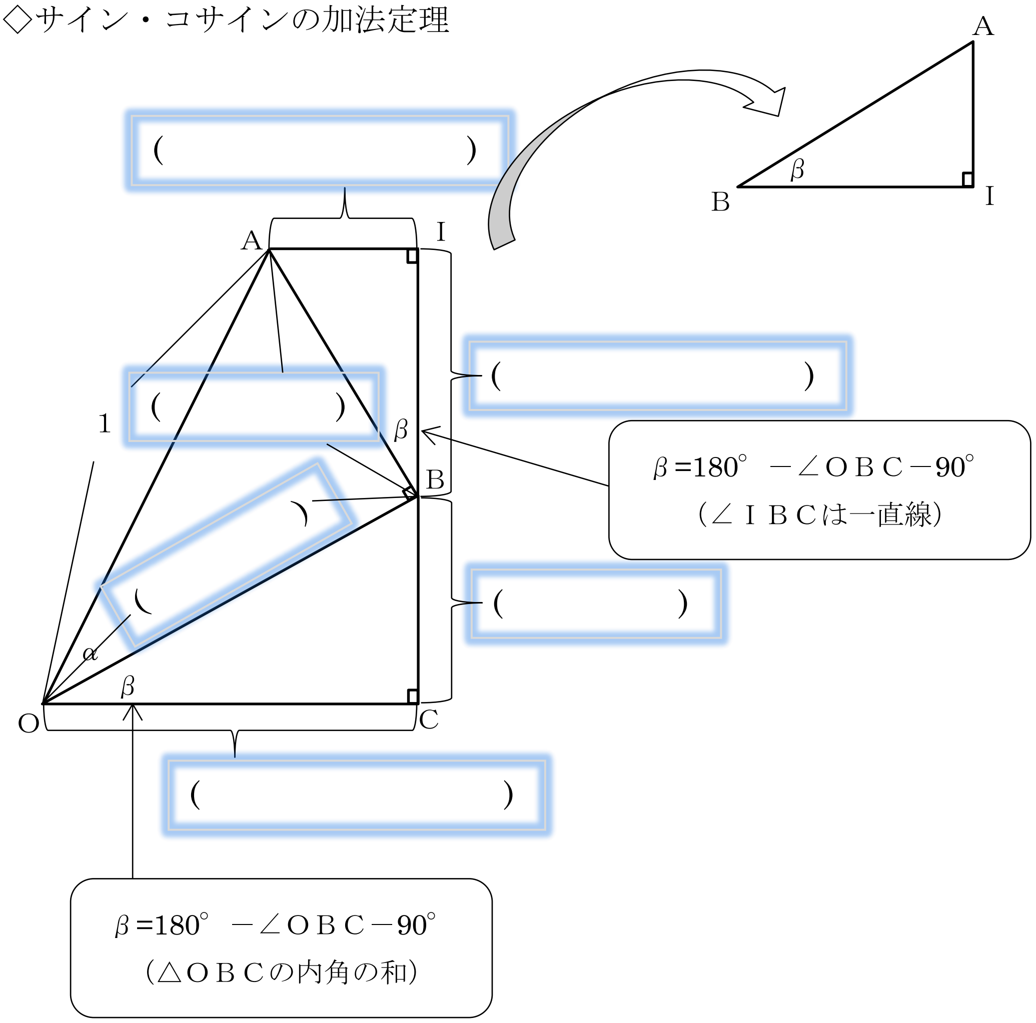
$\cos\theta=\frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}$
$\mathrm{AC}=\mathrm{AB}\cos\theta$
(横)=(斜辺)×コサイン
斜辺が１のときは
$\mathrm{AC}=\cos\theta$
(横)=コサイン

参考資料：「高等学校学習指導要領解説　数学編　理数編（平成 21 年 12 月）　　文部科学省
「評価規準の作成，評価方法等の工夫改善のための参考資料」
国立教育政策研究所教育課程研究センター

２節　加法定理

①加法定理

◇サイン・コサインの加法定理



sin(α＋β) ＝ (　　　　　　) ＝ (　　　　　　) ＋ (　　　　　　)
　　　　　　辺をアルファベットで　辺をアルファベットで　辺をアルファベットで

＝ (　　　　　　　　　　) ＋ (　　　　　　　　　　)
　　サイン，コサインで　　　　サイン，コサインで

cos(α＋β) ＝ (　　　　　　) ＝ (　　　　　　) − (　　　　　　)
　　　　　　辺をアルファベットで　辺をアルファベットで　辺をアルファベットで

＝ (　　　　　　　　　　) − (　　　　　　　　　　)
　　サイン，コサインで　　　　サイン，コサインで

sin(α＋β) ＝ (　　　　　　　　　　　　　　　　　)

cos(α＋β) ＝ (　　　　　　　　　　　　　　　　　)

次はｐ119 例１（１）です。ノートを準備しましょう

⑤三角関数のグラフ

◇ｙ＝ｓｉｎθ，ｙ＝ｃｏｓθのグラフ

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π
ｓｉｎθ									
図	→				↑				←

（　　　　　対称）

（　　　　　対称）

θ	$\frac{7}{6}\pi$	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	$\frac{11}{6}\pi$	2π	$\frac{13}{6}\pi$
ｓｉｎθ									
図				↓				→	

（　　　　　対称）

グラフを描くコツ　値が（　　　），（　　　），（　　　）になる点を基準に

（　　　　対称），（　　　　対称）を意識して