

宮城県石巻西高等学校 第2学年 数学科学習指導案

指導日時：令和元年10月28日(月) 第4校時 2年3組

指導学級：第2学年3組40名 (男18名, 女22名)

指導者：宮城県石巻西高等学校教諭 和田 慧輔

1 単元名

数学Ⅱ 三角関数 (「新編 数学Ⅱ 改訂版」数研出版)

2 単元の目標

- (1) 数学Ⅰで学習した三角比の概念を弧度法による一般角まで拡張した三角関数の概念を理解する。
- (2) 三角関数のグラフやその周期性について理解するとともに、三角関数の性質や相互関係などについて理解を深める。
- (3) 三角関数の式変形を適切に行い、いろいろな三角関数のグラフを表現することができる。
- (4) 三角関数の概念や性質、三角関数のグラフについて考察するとともに、それらを実生活において見いだされる課題の解決に活用しようとする。

3 指導にあたって

(1) 単元について

数学Ⅰでは、図形の計量を目的に三角比を扱い、また2次関数により関数概念を学習させている。これを踏まえて本単元では、扱う角度を一般角まで拡張して三角比を発展させ、三角関数として理解させることを目標としている。

一般角への拡張では、図形に関わる量から回転により示される量として角を捉え、角の大きさを弧度法により表現させる。弧度法は角度を単位円の円周と関連付けて表す方法であり、導入時に度数法による 180° と弧度法の π の関連を明示して、頻出の $\pi/6$ 、 $\pi/4$ 、 $\pi/3$ などの扱いを習熟させる。三角関数の導入では、引き継がれる性質と新たに導かれる性質について把握し、三角関数が三角比の自然な拡張であることを確認させる。また、頂点や対称性を意識してグラフを描かせ、周期性や波動としての性質を理解させる。これにより関数概念の広がりを感じさせたい。加法定理は既習内容を基に導出する。2倍角の公式や三角関数の合成も、加法定理を活用した数学的事象の考察として紹介する。扱う数学的対象の広がりとともに思考を発展させていく事例として、数学的な見方や考え方のよさを感じさせたい。

(2) 生徒の実態

本クラスの生徒は、真面目で集中して授業に取り組むことができることに加え、授業中の発問に対し、座席が近くの生徒たちと活発に意見交換を行い、自分たちで発問に対する答えを見つけようと努力することができる。聞くこと・話すことのメリハリができています。また、授業の内容で理解ができていない箇所があれば自ら発問し解決しようと努力しているが、クラス内での数学に対する理解力の差が大きく、7月実施の進研記述模試では最大点差が41点、偏差値にして約20の差がある。授業の理解度に関する独自のアンケートを行った際には、理解している

生徒そのための工夫について（3）指導についてで述べる。

（3） 指導について

（2）生徒の実態で述べた通り、クラス内での数学に対する理解力の差が大きいため、今年度より ICT を活用して視覚的に学習内容を把握できるようにしたり、考える発問を投げかけ近くの生徒間で意見交換をさせたりすることで、授業中は常に生徒が数学について考えるように工夫している。また、数学が得意な生徒と苦手な生徒が教えあいをする時間を設けることで、数学が得意な生徒が苦手な生徒へわかりやすく教える言語活動も行い、教えられた内容をそのまま教えるのではなく、相手に内容が伝わるように考えさせるようにしている。

4 単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
一般角の概念や三角関数の性質などについて興味を持ち、意欲的に課題に取り組もうとしている。	三角関数の概念や性質、三角関数のグラフについて論理的に考えるとともに、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えようとする。	三角関数の式を適切に処理し、三角関数のグラフを適切に表現している。	一般角の概念、三角関数のグラフやその周期性、三角関数の制す津や相互関係について理解している。

学習活動における具体的評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
1 三角関数 ア. 角の拡張 ・弧度法に興味をもち、角度の換算に取り組もうとする。	・一般角を動径とともに考察することができる。 ・弧の長さで角を測る方法として、弧度法を考察することができる	・角度の表し方に度数法と弧度法があることを理解している。 ・扇形の弧の長さや面積を求める際に、中心角が弧度法であることを理解している。	・弧度法の定義を理解し、度数法と弧度法の換算をすることができる。 ・扇形の弧の長さや面積の公式を理解している。
イ. 三角関数 ・三角関数に興味・関心をもち、図や式を用いて調べようとする。	・三角比の定義を三角関数の定義に一般化することができる。	・単位円上の点の座標を、三角関数を用いて表すことができる。	・三角関数の相互関係を理解し、それらを利用して様々な値を求めたり、式変形をしたりすることができる。

ウ. 三角関数のグラフ ・ $y = \sin \theta$ と $y = \cos \theta$ のグラフが同じ形の曲線であることに興味・関心をもつ。	・ 単位円上の点の動きから、三角関数のグラフを考察することができる。	・ 三角関数の特徴や周期性をもちいて、三角関数のグラフを表すことができる。	・ いろいろな三角関数のグラフのかき方と周期の求め方を理解している。
エ. 三角関数の性質 ・ 角の大きさが2倍、 $1/2$ 倍となったとき、三角関数で表そうとする。	・ 三角関数の性質を、グラフの特徴とともに考察することができる。 ・ 三角関数の性質を、単位円を用いて考察することができる。	・ $\theta + 1/2\pi$ 、 $\pi - \theta$ 等の三角関数の値についても単位円を用いて θ の三角関数で表すことができる。	・ 三角関数の性質とグラフの特徴を相互に理解している。 ・ $\theta + 2n\pi$ や $-\theta$ などの公式を理解し、それらを用いて三角関数の値を求めることができる。
オ. 三角関数を含む方程式・不等式 ・ 三角関数を含む方程式を単位円を利用して解こうとする。	・ 三角関数を含む方程式、不等式を解く際に単位円やグラフを図示して考察することができる。	・ $-1 \leq \sin \theta \leq 1$ などに注意して、おき換えによって三角関数を含む方程式・不等式を解くことができる。	・ 三角関数を含む2次方程式の解き方を理解している。
2 加法定理 ア. 加法定理 ・ 加法定理に関心を持ち、三角関数の値を求めることに活用しようとする。	・ 角の弧度法で表した場合にも、加法定理が適用できる。	・ 加法定理を利用して、種々の三角関数の値を求めることができる。	・ 正接の加法定理を利用して、2直線のなす鋭角を求めることができる。
イ. 加法定理の応用 ・ $a \sin \theta + b \cos \theta$ を正弦だけをういた関数の形に変形しようとする。	・ 変数を x にした関数 $y = a \sin x + b \cos x$ のグラフを書くことができる。	・ x の関数 $y = a \sin x + b \cos x$ の式を変形して、関数の最大値・最小値を求めることができる。	・ $a \sin \theta + b \cos \theta$ を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形に変形する方法(三角関数の合成)を理解している。

5 単元の指導と評価の計画

1 三角関数 (全11時間)

	学習内容	学習内容における主な具体的評価規準	評価方法
第1時 ～ 第2時	角の拡張	<ul style="list-style-type: none"> 一般角を動径とともに考察することができる。(数学的な見方や考え方) 弧度法の定義を理解し、度数法と弧度法の換算をすることができる。(知識・理解) 	観察 小テスト

第3時 ～ 第5時	三角関数	<ul style="list-style-type: none"> 三角比の定義を三角関数の定義に一般化することができる。 (数学的な見方や考え方) 三角関数の相互関係を理解し、それらを利用して様々な値を求めたり、式変形をしたりすることができる。(知識・理解) 単位円上の点の座標を、三角関数を用いて表すことができる。 (数学的な技能) 	観察 小テスト 発表
第6時 ～ 第8時	三角関数のグラフ	<ul style="list-style-type: none"> 単位円上の点の動きから、三角関数のグラフを考えることができる。(数学的な見方や考え方) $y = \sin \theta$ と $y = \cos \theta$ のグラフが同じ形の曲線であることに興味・関心をもつ。(関心・意欲・態度) いろいろな三角関数のグラフのかき方と周期の求め方・読み方を理解している。(知識・理解) 	観察 小テスト ループリック
第9時	三角関数の性質	<ul style="list-style-type: none"> 三角関数の性質を、グラフの特徴とともに考察することができる。(数学的な見方や考え方) $\theta + 2n\pi$ や $-\theta$ などの公式を理解し、それらを用いて三角関数の値を求めることができる。(知識・理解) 	観察 小テスト
第10時 ～ 第11時	三角関数の含む方程式、不等式	<ul style="list-style-type: none"> 三角関数を含む方程式、不等式を解く際に退園やグラフを図示して考察することができる。(数学的な見方や考え方、知識・理解) 三角関数を含む2次方程式の解き方を理解している。(知識・理解) 	観察 小テスト ループリック

6 本時の指導 (8/11)

(1) 単元名 三角関数のグラフ

(2) 本時のねらい

$y = \sin \theta + \cos \theta$ がどのようなグラフになるか考えることができる。

(3) 本時の評価規準

評価の観点	具体的評価規準	Aとする具体的な姿
数学的な見方や考え方	作成した表を基にグラフの形を考察し、 $y = \sin \theta$ がどのように変化したか考えることができる。	周期・振幅を把握し、 $y = \sin \theta$ だけを用いてグラフの数式の形を考察することができる。

(4) 学習指導上の工夫

(ア) グループ学習を取り入れることで、生徒の言語活動を増やし、公式を用いた考え方を身につけさせる。

(イ) ICT を利活用し、生徒が視覚的にグラフをとらえられるようにする。

(ウ)

(5) 準備物

指導者：学習プリント，投影用資料，投影用プロジェクター

学習者：筆記用具，前時の内容が把握できるもの

(6) 本時の展開

段階	学習活動と主な発問 (●予想される生徒の反応)	形態	指導上の留意点	評価
導入 (5)	<p>1. $y = \sin\theta$, $y = \cos\theta$ のグラフを確認する。</p> <p>2. 本時のねらいを知る。</p> <div style="border: 2px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> $y = \sin\theta + \cos\theta$がどのようなグラフになるか考えてみよう。 </div>	一斉 (5)	<ul style="list-style-type: none"> ・黒板に$y = \sin\theta$, $y = \cos\theta$のグラフを投影する。 	
展開 (42)	<p>3.問題提示</p> <p>問題</p> <p>$y = \sin\theta + \cos\theta$はどんなグラフになるか考えてみよう。</p> <p>4.ワークシートを配付し，グループで表1を作成する。</p> <p>5. 表1を参考に表2を作成する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ●$\sqrt{3} + 1$がどんな値かわからない ●$\frac{\pi}{2}$で最大値にならない <p>6.表2を参考に$y = \sin\theta + \cos\theta$がどのようなグラフになるかを考察し，わかったこと気づいたことをワークシートに書く。</p> <ul style="list-style-type: none"> ●$y = \sin\theta$のグラフが少し右にずれた ●振幅が大きくなった ●振幅が$\sqrt{2}$になっている <p>7.各班のまとめた結果を発表する。</p>	グループ (27)	<ul style="list-style-type: none"> ・4人グループを作成する。 ・わからない部分に関しては生徒同士で話し合い協力して表を埋めるように指示する。 ・ワークシートに$\sqrt{3} = 1.73$を記載しておき，計算に利用させる。 ・考察が進まないグループには，表2の値を元にワークシートに記載した座標平面にグラフを作成させる。 【cとなる生徒への手立て】 →同じ班の生徒からどのようなグラフを書いたか指示を仰ぐように話しかける。 	<p>積極的にグループ内で意見交換を行うことができる。 (ループリック)</p> <p>作成した表を基にグラフの形を考察し，$y = \sin\theta$をどのように変化させたか考えることができる。</p> <p>他のグループの発表を聞き、理解することができる。</p>
		一斉 (15)	<ul style="list-style-type: none"> ・各班の発表の際は全員で聞くように指示する。 ・各班のワークシートを撮影し，黒板に投影する。 	

				きた。(ルーブリック)
終結 (3)	8.まとめ, 本時の振り返り	一斉 (3)	<ul style="list-style-type: none"> ・各班の発表を元に, 周期や振幅を元に異なる式で表されることを理解する。 ・ルーブリックにより振り返りを促す。 	

(7) 板書案

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">問題</div> <p>$y = \sin\theta + \cos\theta$がどのようなグラフになるか考えてみよう。</p> <p><ワークシートの取り組み方></p> <ol style="list-style-type: none"> ① 表1を埋める ② 表1をもとに表2を作成する ③ 表2から$y = \sin\theta + \cos\theta$を考察し, わかったことを話し合ってみよう。 	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">投影部分</div> <p>正弦・余弦のグラフや各班のワークシートなど</p>
---	--

(8) ワークシート

別紙参照

【参考文献】

高等学校学習指導要領 数学編 理数編 (文部科学省 平成21年12月)

評価基準の作成, 評価方法の工夫改善のための参考資料 (高等学校 数学)

(国立政策研究所 平成24年7月)